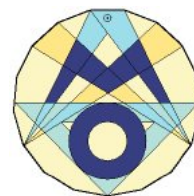


## 10. Landeswettbewerb 2004 in Bonn

3. Runde der 43. Mathematikolympiade  
Aufgaben der Klasse 11Aufgabe 1:

Man bestimme alle Paare  $(x; y)$  reeller Zahlen, die das Gleichungssystem

$$\begin{aligned}\sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} &= \sqrt{y} \\ x^2 - y^2 &= 144\end{aligned}$$

erfüllen.

Aufgabe 2:

Das Kryptogramm

$$\begin{array}{r} \text{A S T A} \\ + \text{E R N I} \\ \hline \text{N A M E N} \end{array}$$

soll in einem  $n$ -adischen Positionssystem gelöst werden. Ermitteln Sie das kleinste  $n$ , für welches das Kryptogramm eine Lösung hat.

*Anmerkungen:*

1. Eine Lösung des Kryptogrammes ist eine Ersetzung der Buchstaben durch Ziffern, so dass gleiche Buchstaben durch gleiche Ziffern und verschiedene Buchstaben durch verschiedene Ziffern ersetzt sind und eine richtig gelöste Additionsaufgabe entsteht. Die erste Ziffer von jeder bei der Ersetzung entstehenden 4- bzw. 5-stelligen Zahl soll von 0 verschieden sein.
2. Ein  $n$ -adisches Stellenwertsystem ist ein Positionssystem zur Basis  $n$  mit den Ziffern  $0, 1, \dots, n-1$ .  
Beispiel: Das Dezimalsystem ist ein 10-adisches Stellenwertsystem.

Aufgabe 3:

Im Entwurf für ein Logo der Vereinigung „Innovative Mathematik“ bilden die getönten Flächen die stilisierten Buchstaben  $I$  und  $M$  (siehe Abbildung). Das Dreieck  $ABC$  ist gleichseitig mit der Seitenlänge  $a = 6 \text{ cm}$ ,  $\overline{AC}$  wird von  $R$  halbiert und  $\overline{BC}$  von  $S$  und  $T$  in drei gleich große Teile geteilt.

Welchen Anteil der Dreiecksfläche überdecken die stilisierten Buchstaben zusammen?

