



10. Landeswettbewerb 2004 in Bonn



3. Runde der 43. Mathematikolympiade Aufgaben der Klasse 9

Aufgabe 1:

Es seien F_1 und F_2 zwei Felder von rechteckiger Form. Die längere Seite von F_1 ist um 20 % kürzer als die kürzeste Seite von F_2 . Die längste Seite von F_2 ist um 40 % länger als die kürzeste Seite von F_1 .

Auf beiden Feldern wurden Kartoffeln angebaut. Der Ertrag pro Hektar war auf F_1 um 40 % größer als der Hektarertrag von F_2 .

Ermittle, wie viel Prozent des Gesamtertrages von F_1 der Gesamtertrag von F_2 ist!

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie alle reellen Lösungstriple $(a; b; c)$ des Gleichungssystems

$$\begin{aligned}a + bc &= 1 \\b + ca &= 1 \\c + ab &= 1.\end{aligned}$$

Aufgabe 3:

Von einem Dreieck ABC , dessen Innenwinkelgrößen wie üblich mit α, β und γ bezeichnet sind, ist bekannt:

- (1) Die im Mittelpunkt D der Seite \overline{AB} errichtete Senkrechte schneidet die Halbierende des Winkels BAC in einem Punkt E und die Seite \overline{AC} in einem inneren Punkt F .
 - (2) Der Winkel FEA ist doppelt so groß wie der Innenwinkel CBA .
- a) Ermittle β und γ allgemein in Abhängigkeit von α !
 - b) Beweise, dass stets $45^\circ < \beta < 60^\circ$ gilt!
 - c) Untersuche, ob es eine Winkelgröße β gibt, für die das Dreieck ABC rechtwinklig ist! Sollte das der Fall sein, dann ermittle β sowie die zugehörigen Winkelgrößen α und γ !