



11. Landeswettbewerb 2005 in Essen



3. Runde der 44. Mathematikolympiade Aufgaben der Klasse 11

Aufgabe 1:

Man bestimme alle Tripel $(x; y; z)$ reeller Zahlen, die Lösung des Gleichungssystems

$$x^2 + yz = 2$$

$$y^2 + xz = 2$$

$$z^2 + xy = 2$$

sind.

Aufgabe 2:

Man zeige, dass für alle positiven reellen Zahlen a, b mit $ab = 1$ die Ungleichung

$$a^3 + b^3 + 1 \geq 2a + b^2$$

gilt.

Aufgabe 3:

Gegeben seien ein Quadrat Q mit der Seitenlänge 2 und eine reelle Zahl f mit $f > 4$. Es sei M die Menge aller Punkte P , für welche die Summe S der Flächeninhalte der vier Dreiecke mit Eckpunkt P und einer Seite von Q als gegenüberliegender Seite genau gleich f ist.

Bestimmen Sie die geometrische Form von M .

