48. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulstufe)
Klasse 5
Aufgaben

<u>Hinweis:</u> *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen bzw. Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

<u>480511</u>

Mit diesen (nebenstehend abgebildeten) drei Kärtchen kannst du, wenn du sie hintereinander legst, verschiedene dreistellige Zahlen bilden.

1 **2** **3**

a) Gib alle diese Zahlen an.

b) Fasse in einer Tabelle zusammen, durch welche der Zahlen von 2 bis 12 deine gefundenen Zahlen jeweils teilbar sind.

Jetzt sollst du überlegen, welche Zahlen entstehen können, wenn du je zwei verschiedene deiner gefundenen Zahlen addierst.

c) Gib die größte und die kleinste so erzielbare Summe an.

d) Findest du unter den Zahlen aus dem Aufgabenteil a) Paare, deren Summe eine Zahl ist, bei der alle Ziffern gleich sind?

e) Gibt es eine Summe, die durch 12 teilbar ist? Wenn du eine solche Summe findest, dann gib das Paar der Zahlen an, aus der sie entstehen.

<u>480512</u>

I) Zeichne auf deinem Blatt jeweils ein Quadrat und ein Dreieck so, dass sie
   a) keinen gemeinsamen Punkt,
   b) einen gemeinsamen Punkt,
   c) zwei gemeinsame Punkte,
   d) drei gemeinsame Punkte,
   e) vier gemeinsame Punkte,
   f) fünf gemeinsame Punkte

   aufweisen.

II) Zeichne zwei Dreiecke so, dass die sich schneidenden Dreiecke eine Figur mit
   a) drei Teilflächen,
   b) vier Teilflächen,
   c) fünf Teilflächen,
   d) sechs Teilflächen,
   e) sieben Teilflächen

   bilden.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

480513

Du kennst die Quersumme als Summe der Ziffern einer Zahl. Hier führen wir das Querprodukt einer Zahl ein: Das *Querprodukt* einer Zahl ist das Produkt der Ziffern einer Zahl. (Beispiel: 423 hat das Querprodukt 24, denn $4 \cdot 2 \cdot 3 = 24$.)

Eine *Zahlenkette einer Zahl* entsteht, indem man von dieser Zahl ausgeht, ihr Querprodukt bildet, von diesem Querprodukt wieder das Querprodukt usw. Beispiel:

$$79 \to (7 \cdot 9 =)\ 63 \to (6 \cdot 3 =)\ 18 \to (1 \cdot 8 =)\ 8 \to 8 = 8 \to \cdots$$

Wir vereinbaren: Eine Zahlenkette endet, wenn eine einstellige Zahl erreicht ist. Die Zahlenkette der 79 ist also $[79, 63, 18, 8]$.

a) Bilde für jede der folgenden Zahlen die Zahlenketten: 66; 47; 57; 73; 85.

b) Warum kann man bei einstelligen Zahlen aufhören? Also: warum ist die Vereinbarung sinnvoll?

c) Gib vier verschiedene zweistellige Zahlen an, deren Zahlenketten ab der zweiten Zahl gleich sind.

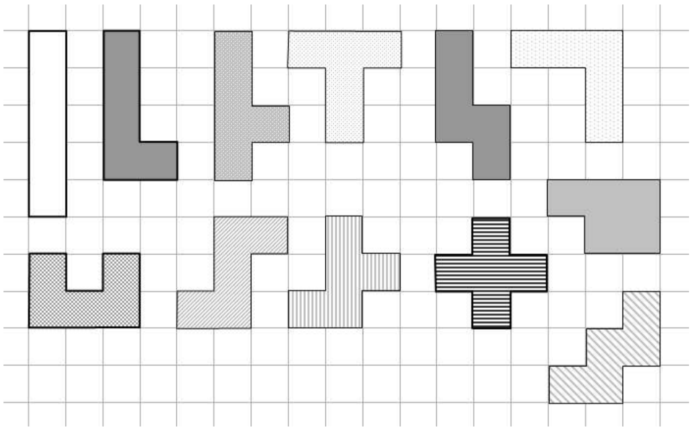
d) Wie kann man einer zweistelligen Zahl ansehen, dass ihre Zahlenkette mit einer Null endet?

e) Finde alle zweistelligen Zahlen, deren Zahlenketten mit einer 6 aufhören.

f) Die Zahlenkette der 79 besteht aus vier Zahlen. Gibt es eine zweistellige Zahl mit einer längeren Kette?

480514

Pentominos sind die Figuren, die man aus je fünf gleichgroßen aneinander liegenden Quadraten bilden kann. Es gibt davon zwölf verschiedene Typen, siehe rechtsstehende Abbildung.



Wenn man Pentominos zum Auslegen (Parkettieren) von Flächen verwendet, dann darf man sie beliebig drehen und umklappen.

a) Lege ein Quadrat mit der Seitenlänge von sechs Kästchen (wir nennen dies ein (6×6)-Quadrat) mit sieben verschiedenen Pentominos aus. (Eines der Kästchen muss dabei frei bleiben.)

b) Gelingt es dir, das (6×6)-Quadrat so auszulegen, dass das frei bleibende Quadrat eines der vier innersten Kästchen ist?

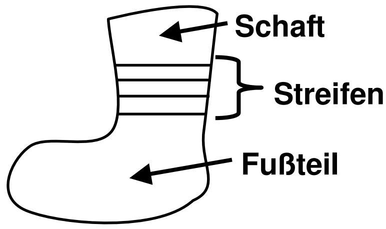
c) Jetzt ist ein (9×9)-Quadrat mit Pentominos auszulegen. Warum muss auch hier ein Kästchen frei bleiben? Warum musst du, wenn du das (9×9)-Quadrat mit Pentominos füllen willst, mit Sicherheit mindestens einen Typ der Pentominos mehrfach verwenden?

d) Finde eine Parkettierung des (9×9)-Quadrats, bei der das freie Kästchen genau in der Mitte liegt, bei der du alle zwölf Typen der Pentominos verwendest und bei der du höchstens zwei Typen mehrfach einsetzt.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

480515

Oma Streifstrumpf strickt für Peppi neue Socken. Peppi hat drei Lieblingsfarben und zwar rot, gelb und blau, die alle in den drei Streifen vorkommen sollen.



a) Die Oma hat Wolle in diesen drei Farben gekauft. Sie überlegt, wie der Streifenteil aussehen kann. Wie viele verschiedene Möglichkeiten hat die Oma Streifstrumpf dafür?

b) Fußteil und Schaft sollen jetzt die gleiche Farbe bekommen, aber die drei Streifen sollen erkennbar sein. Wie viele verschiedene Socken kann die Oma aus den drei Farben jetzt stricken?

c) Peppi entdeckt noch lila Wolle in Omas Strickkiste, und sie möchte jetzt Socken mit vier Streifen mit den vier Farben lila, rot, gelb und blau. Oma weiß, dass die Socken von Peppi immer ziemlich dreckig werden und will Fußteil und Schaft nun in schwarz stricken. Diese Wollfarbe hat sie immer in ihrer Strickkiste.
Wie viele verschiedene Socken könnte die Oma jetzt für Peppi stricken? Versuche, die Anzahl der Möglichkeiten zu berechnen und nicht alle möglichen Socken zu malen.

480516

Eine Aufgabe zur Haarpracht.

Man kann davon ausgehen, dass bei voller Kopfbehaarung rothaarige Frauen etwa 100 000 Haare haben, blonde aber viel mehr, etwa 130 000 Haare. Rote Haare wachsen um einen Millimeter in drei Tagen, während blonde Haare vier Tage benötigen, um einen Millimeter länger zu werden.

a) Wie lange braucht bei einer Rothaarigen ein einzelnes Haar, um 5 cm zu wachsen?
Und wie lange dauert es bei einer Blonden?

b) Um wie viele Meter wachsen alle Haare zusammengerechnet in einem Monat auf dem Kopf einer rothaarigen Frau? (Der Monat hat hier 30 Tage.)

c) Der Umfang der Erde beträgt 40 000 km. Elke hat rote Haare von 10 cm Länge. Sie überlegt: „Wie lange würde es ungefähr dauern, bis meine Haare zusammen einmal um die Erde reichen?“

d) Die schwierigen Fragen am Schluss:
Eine Blonde geht zum Friseur und lässt sich die Haare auf 5 cm Länge abschneiden. Ihre rothaarige Freundin geht vier Wochen später zum Friseur und kommt mit einer Haarlänge von 6 cm wieder. Unmittelbar danach treffen sie sich und messen ihre Haarlängen.
Um wie viel sind die Haare der Blondine kürzer als die der Rothaarigen?
Finde heraus, ob die beiden Freundinnen je wieder die gleiche Haarlänge haben werden, wenn sie ihre Haare einfach wachsen lassen.