



3. Runde der 48. Mathematikolympiade
Aufgaben der Klasse 6

Aufgabe 1:

Nele hat mit ihren Eltern den Urlaub im Kinder-Urlaubs-Paradies verbracht.

Zwei Tage lang machte die ganze Familie Ausflüge. An den restlichen Tagen spielte Nele auf dem Räuberspielplatz, oder sie tummelte sich im Schwimmbad; an jedem dieser Tage entschied sie sich jeweils vormittags und nachmittags für einen dieser beiden Orte.

Zu Hause angekommen, sagt sie zur Oma Petra: „Nun finde mal heraus, wie lang der Urlaub gedauert hat. Ich verrate dir:

- (1) Ich habe mich genau siebenmal für das Schwimmbad entschieden.
- (2) Wenn ich nachmittags ins Schwimmbad gegangen bin, war ich vormittags auf dem Spielplatz.
- (3) Genau fünfmal war ich nachmittags auf dem Spielplatz.
- (4) Und genau sechsmal war ich vormittags auf dem Spielplatz.

Oma Petra, wie lange hat der Urlaub gedauert?“

- a) Weise nach, dass Oma Petra aus den Angaben (1) bis (4) eindeutig ermitteln kann, wie lang der Urlaub gedauert hat, und gib die gesuchte Anzahl der Tage an.
- b) Untersuche, ob sich ohne die Angabe (3) eindeutig ermitteln lässt, wie oft Nele nachmittags im Schwimmbad war.

Aufgabe 2:

Ein Rasensprenger (zur Bewässerung des Sportplatzes) wird aus einem Wassertank betrieben. Der Tank hat ein Volumen von 360 Litern. Der Rasensprenger versprüht 6 Liter Wasser pro Minute.

- a) Wie lange kann der Rasensprenger arbeiten, bis der Tank leer ist?
- b) 20 Minuten nachdem der Rasensprenger seinen Betrieb aufgenommen hat, wird an den Tank ein Schlauch angeschlossen, der pro Minute 10 Liter Wasser in den Tank fließen lässt.
Weise nach, dass der Tank 50 Minuten nach dem Beginn des Sprengens wieder ganz gefüllt ist.
- c) Nun – also 50 Minuten nach dem Beginn des Sprengens – wird ein zweiter Rasensprenger an den Tank angeschlossen, der aber 8 Liter pro Minute versprüht. Der Schlauch liefert weiterhin 10 Liter pro Minute in den Tank.
 - Bestimme den Zeitpunkt, zu dem der Tank ganz leer ist.
 - Ermittle die gesamte versprühte Wassermenge.

Fortsetzung auf der Rückseite

Aufgabe 3:

Mein Computer hat einen interessanten Bildschirmschoner: Auf einem quadratischen Gitter bewegt sich ein Pfeil und zeichnet dabei eine Linie. Bevor der Bildschirmschoner startet, kann man eingeben, wie der Pfeil sich bewegen soll. Dafür gibt es drei Grundbefehle:

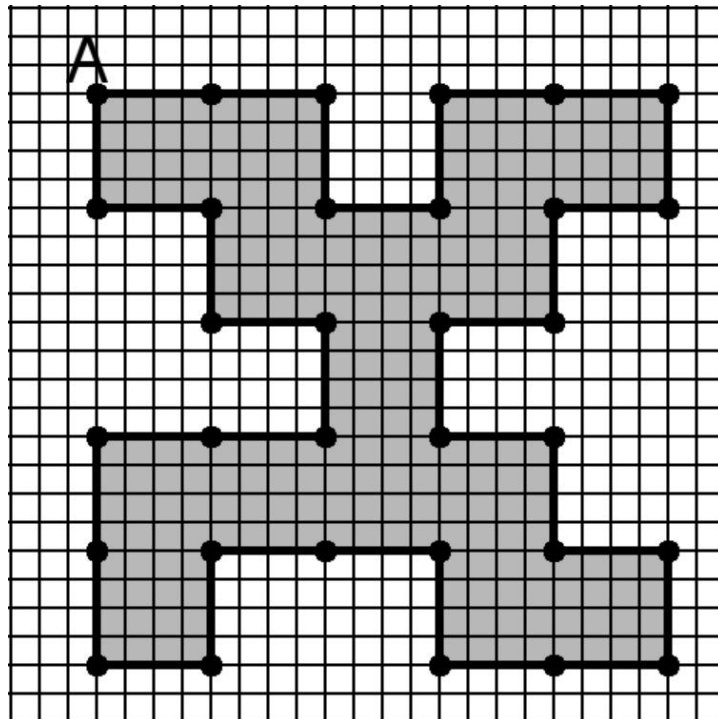
- G – Gehe eine Kästchenlänge in die Richtung, in die du gerade zeigst.
- L – Wende dich zuerst nach links und gehe dann eine Kästchenlänge geradeaus.
- R – Wende dich zuerst nach rechts und gehe dann eine Kästchenlänge geradeaus.

Grundsätzlich soll beim Start des Bildschirmschoners der Pfeil nach rechts zeigen.

Wir geben zwei Folgen von Befehlen vor:

- (1) GLRR und (2) GLRRGLLR

- a) Zeichne auf kariertem Papier für beide Folgen jeweils die Figur, die entsteht, wenn die Befehlsfolge viermal hintereinander durchgeführt wird. Ermittle für beide Figuren den Umfang (gemessen in Kästchenlängen) und den Inhalt (gemessen in Kästchen).
- b) Wenn auf dem Bildschirmschoner eine Figur gezeichnet worden ist, werden alle Kanten, die vier Kästchen lang sind, durch eine neue Kantenfolge ersetzt.



In der Skizze ist ein Beispiel einer Figur gezeichnet. Jetzt wird – bei Punkt A beginnend – *jeder Weg zwischen zwei Punkten* durch einen Weg ersetzt, der durch die Befehlsfolge (3) GLRRGLLR erzeugt wird. Vergleiche den Inhalt der grauen Figur in der Skizze mit dem Inhalt der neu entstandenen Figur (gemessen in Kästchen). Wie viele Kästchen sind neu hinzugekommen? Begründe deine Antwort, ohne zu zählen.

- c) Beweise: Wenn sich in einer Befehlsfolge die Zahl der R's und der L's um genau 1 unterscheidet, dann entsteht bei viermaliger Durchführung ein geschlossener Weg, der bei weiteren Durchführungen immer wiederholt wird.