



15. Landeswettbewerb 2009 in Bad Oeynhausen



3. Runde der 48. Mathematikolympiade  
Aufgaben der Klasse 10

**Aufgabe 1:**

Für jede reelle Zahl  $a$  bestimme man alle reellen Lösungen  $x$  der Gleichung

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} = a. \quad (1)$$

**Aufgabe 2:**

- a) Bestimmen Sie alle positiven ganzen Zahlen  $n$ , für welche die Zahl  $2^n + 1$  eine Quadratzahl ist!
- b) Bestimmen Sie alle positiven ganzen Zahlen  $n$ , für welche die Zahl  $2^n + 1$  eine Kubikzahl oder eine noch höhere Potenz einer ganzen Zahl ist!

**Aufgabe 3:**

In ein Quadrat der Seitenlänge 10 cm ist der Buchstabe Y mit Parallelstreifen gemäß (nicht maßstabsgerechter) Skizze eingezeichnet. Die Parallelstreifen schneiden dabei aus zwei einander gegenüberliegenden Quadratseiten insgesamt drei Strecken der Länge  $x$  aus.

Bestimmen Sie diejenige Länge  $x$ , bei welcher der Buchstabe Y genau die Hälfte des Inhalts der Quadratfläche einnimmt.

